Institución Educativa Nacional Agustín Codazzi

PLAN DE TRABAJO: Atendiendo las orientaciones de la Circular 0057 de la SED, por suspensión de clase, para el manejo, control y prevención del COVID-19.

Área: Matemática. Asignatura: Trigonometría. Guía: 3 Inecuaciones Racionales Grado: 11
Docente: ________________________________ Jornada: ________________ Periodo: __________
Tiempo: Metodología ______________________________________

INECUACIONES RACIONALES

Una inecuación racional es una desigualdad entre dos expresiones algebraicas que tienen una sola incógnita, la cual APARECE en el DENOMINADOR. El numerador puede ser una inecuación lineal o cuadrática, y en el denominador también, Ejemplos:

$$\frac{x^2+8x+7}{x} \geq 0 \quad \frac{2x^2+7x+6}{x+1} \geq 0 \quad \frac{x^2+7x+6}{x^2-1} \geq 0 \quad \frac{(x+3)(x+2)}{x-1} \geq 0$$

Resolver una inecuación racional en una variable significa encontrar el conjunto de números reales (Intervalo) que satisface la desigualdad. Para ello, recurrimos a las propiedades básicas de las desigualdades.

Para resolver una inecuación racional, se siguen los siguientes pasos:

Realizar las operaciones necesarias para que todo la expresión racional quede a un lado de la inecuación y cero en el otro lado

Factorizar el numerador y denominador. Si no se puede factorizar, encontrar los puntos donde el numerador y denominador son igual a cero.

Hallar los intervalos de prueba. Esto se logra determinando los valores en que cada factor es cero, estos puntos determinarán los límites de los intervalos en la recta numérica.

La solución la conforman todos los intervalos que hacen que la desigualdad sea cierta, teniendo en cuenta que los puntos críticos que hacen cero el denominador nunca son parte de la solución. La solución se puede expresar de distintas formas:

Como intervalo

Como conjunto

Gráficamente

EJEMPLO N° 1 Resolver la siguiente inecuación $x \geq \frac{8x-7}{x}$

PASO N° 1 Hacer uno de los miembros de la inecuación igual a cero y sumar términos semejantes.

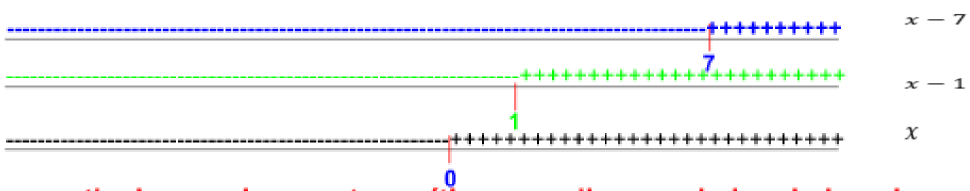
$$x \geq \frac{8x-7}{x} \longrightarrow x - \frac{8x-7}{x} \geq 0 \longrightarrow \frac{x^2-8x+7}{x} \geq 0$$

PASO N° 2 Factorizamos el numerador como un trinomio $x^2 + bx + c$ $\longrightarrow \frac{(x-7)(x-1)}{x} \geq 0$

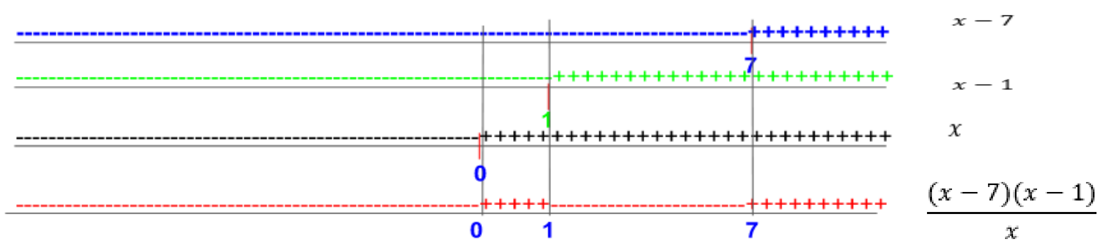
PASO N° 3 Hallar valores críticos en el numerador y el denominador (Igualando cada factor a cero).

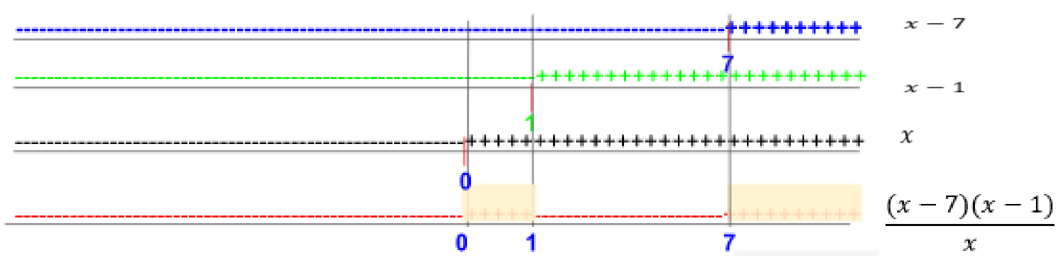
Numerador $x - 7 = 0 \longrightarrow x = 7$ $\quad x - 1 = 0 \longrightarrow x = 1$ $\quad$ denominador $x = 0$

PASO N° 4 Utilizar el método del cementerio para hallar los valore que satisfacen la inecuación



Trazamos verticales por los puntos críticos y aplicamos la ley de los signos





NECESITAMOS LOS MAYORES O IGUALES QUE CERO (POSITIVOS) **(0, 1] U [7, + ∞)**

OJO: El punto crítico del denominador (0) es abierto. por estar en el DENOMINADOR

Nota: si la desigualdad es $\geq o > se\ toman\ las\ regiones\ positivas\ (+) como\ solución$

$S\ la\ desigualdad\ es\ \leq o < se\ toman\ las\ regiones\ negativas\ (-) como\ solución$

EJEMPLO N° 2 Resolver la siguiente inecuación $\dfrac{x+1}{x-1} \leqslant -2x-2$

PASO N° 1 Hacer uno de los miembros de la inecuación igual a cero y sumar términos semejantes.

$$\frac{x+1}{x-1} + (2x+2) \leqslant 0 \longrightarrow \frac{(x+1)+(2x+2)(x-1)}{(x-1)} \leqslant 0 \longrightarrow \frac{2x^2+x-1}{(x-1)} \leqslant 0$$

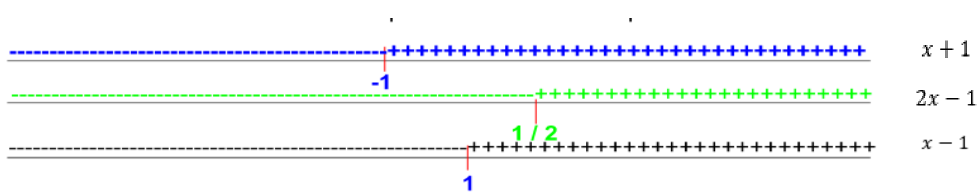
PASO N° 2 Factorizamos el numerador como un trinomio $ax^2 + bx + c$ $\longrightarrow \dfrac{(x+1)(2x-1)}{(x-1)} \leqslant 0$

PASO N° 3 Hallar valores críticos en el numerador y el denominador (Igualando cada factor a cero).

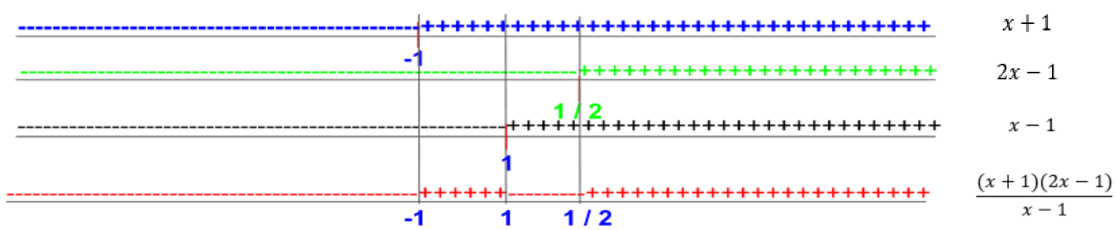
Numerador: $x + 1 = 0 \longrightarrow x = -1$ $2x - 1 = 0 \longrightarrow x = 1/2$ **denominador:** $x - 1 = 0$ $x = 1$

PASO N° 4 Utilizar el método del cementerio para hallar los valore que satisfacen la inecuación

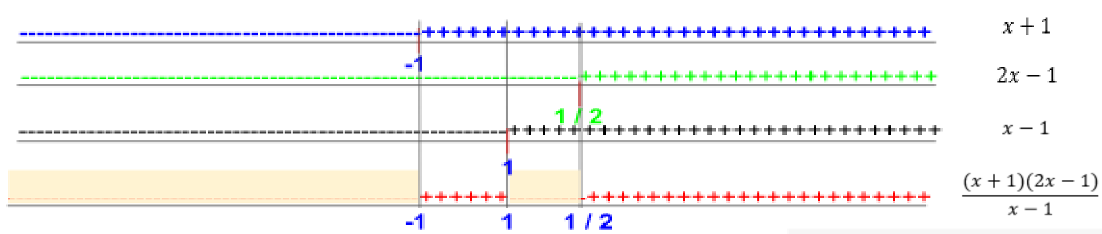
Ubicamos cada punto crítico en una recta



Trazamos verticales por los puntos críticos y aplicamos la ley de los signos



Como en la inecuación $\frac{(x+1)(2x-1)}{(x-1)} \leq 0$ *se tiene la desigualdad* $\leq$ *se toma como solución las regiones negativas*



NECESITAMOS LOS MENORES O IGUALES QUE CERO (NEGATIVOS) **(-∞, -1] U (1, 1 / 2]**

OJO: El punto crítico del denominador (1) es abierto. por estar en el DENOMINADOR

EJEMPLO N° 3 Resolver la siguiente inecuación $\dfrac{(x+2)(x-3)}{(x-1)} \geq 0$

PASO N° 1 Hacer uno de los miembros de la inecuación igual a cero y sumar términos semejantes.

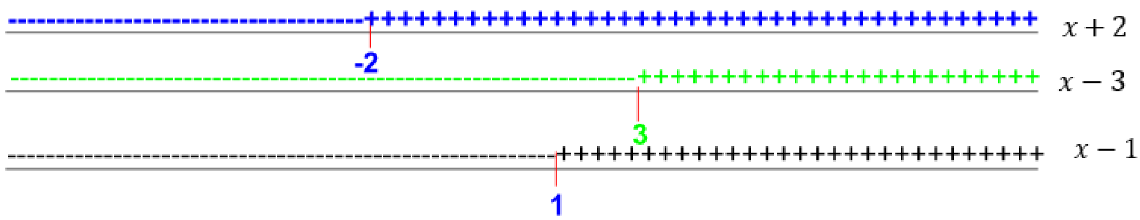
Como podemos observar,no es necesario realizar ninguna operación, pues la expresión se encuentra expresada en factores. **(FACTORIZADA)**

PASO N° 2 Ell numerador está factorizado como trinomio $\mathbf{x^2 + bx + c}$ $\longrightarrow$ $\dfrac{(x+2)(x-3)}{(x-1)} \geq 0$

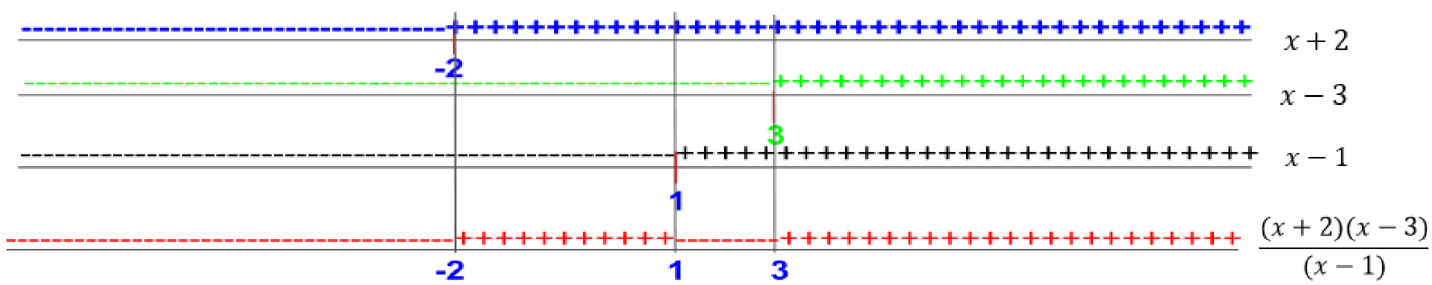
PASO N° 3 Hallar valores críticos en el numerador y el denominador (Igualando cada factor a cero).

Numerador: $x + 2 = 0 \longrightarrow x = -2$ $\quad x - 3 = 0 \longrightarrow x = 3$ $\quad$ **denominador:** $x - 1 = 0$ $\quad x = 1$

PASO N° 4 Utilizar el método del cementerio para hallar los valore que satisfacen la inecuación

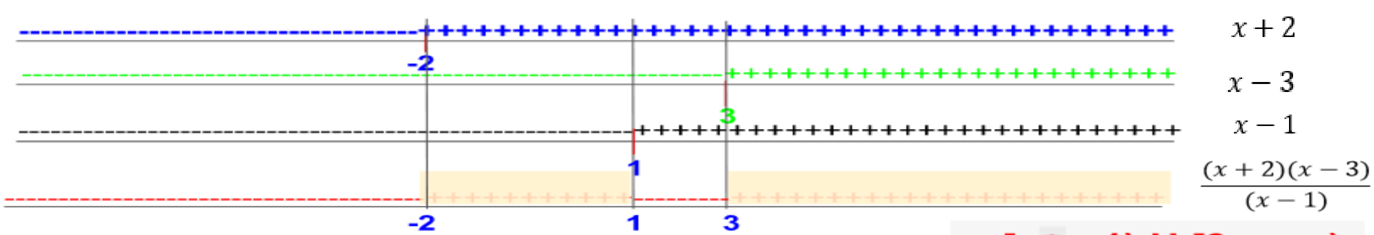


Trazamos verticales por los puntos críticos y aplicamos la ley de los signos



como en la inecuación $\dfrac{(x+2)(x-3)}{(x-1)} \geq 0$ *se tiene la desigualdad* $\geq$

se toma como solución las regiones positivas



NECESITAMOS LOS MAYORES O IGUALES QUE CERO (POSITIVOS) $\quad$ **[-2, 1) U [3, + ∞)**

OJO: El punto crítico del denominador (1) es abierto. por estar en el DENOMINADOR

ACTIVIDAD DE AFIANZAMIENTO

Resuelve las siguientes inecuaciones Racionales

1. $\frac{x^2-x+1}{2-x} \geq 1$
2. $\frac{x+3}{x-2} < 2$
3. $\frac{5x-8}{x-5} \geq 2$
4. $\frac{x+1}{2x-1} > -4$
5. $\frac{3x}{x+5} \leq 3$
6. $\frac{x}{x+1} < \frac{1}{x-2}$