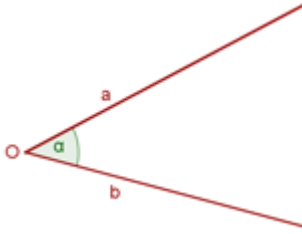


ÁNGULO, MEDIDA DE ÁNGULOS

Un ángulo es la región del plano comprendida entre dos semirrectas con origen común. A las semirrectas se las llama lados y al origen común vértice.



El ángulo es positivo si se desplaza en sentido contrario al movimiento de las agujas del reloj y negativo en caso contrario.

Para medir ángulos se utilizan las siguientes unidades:

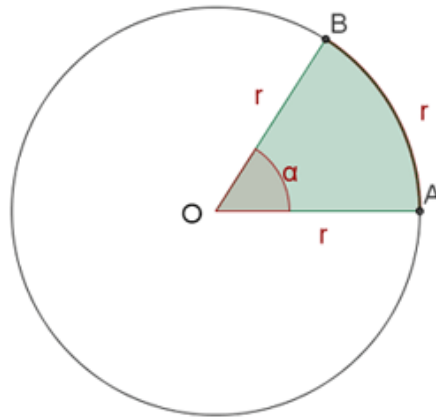
Grado sexagesimal ($^{\circ}$)

Si se divide la circunferencia en 360 partes iguales, el ángulo central correspondiente a cada una de sus partes es un ángulo de un grado (1°) sexagesimal.

Un grado tiene 60 minutos ($'$) y un minuto tiene 60 segundos ($''$).

Radián (rad)

Es la medida de un ángulo cuyo arco mide un radio.



EJERCICIOS RESUELTOS

Ten en cuenta que para convertir grados a radianes se multiplica por el factor $\frac{\pi}{180^{\circ}}$ y para convertir de radianes a grados se multiplica por el factor $\frac{180^{\circ}}{\pi}$

1. Al convertir 135° a radianes se obtiene:

- a) $\frac{5}{4}\pi$ b) $\frac{3}{4}\pi$ c) $\frac{3}{5}\pi$ d) $\frac{7}{4}\pi$

Solución: Se multiplica 135° por el factor $\frac{\pi}{180^{\circ}}$, y la fracción resultante se simplifica,

entonces:
$$\text{rad} = 135^{\circ} \left(\frac{\pi}{180^{\circ}} \right) = \frac{135^{\circ}\pi}{180^{\circ}} = \frac{27}{36}\pi = \frac{3}{4}\pi$$

La respuesta correcta corresponde al inciso "b". $\frac{180^{\circ}}{\pi}$

2. Al convertir $\frac{1}{5}\pi$ a grados se obtiene:

a) 36°

b) 86°

c) 120°

d) 60°

Solución:

Se multiplica $\frac{1}{5}\pi$ por el factor $\frac{180^\circ}{\pi}$, es decir:

$$\text{grados} = \left(\frac{1}{5}\pi\right) \left(\frac{180^\circ}{\pi}\right) = \frac{180^\circ}{5} = 36^\circ$$

La respuesta correcta corresponde al inciso "a".

3. Al convertir 210° a radianes se obtiene:

a) $\frac{1}{6}\pi$

b) $\frac{5}{6}\pi$

c) $\frac{7}{6}\pi$

d) $\frac{11}{6}\pi$

Solución:

Se multiplica 210° por el factor $\frac{\pi}{180^\circ}$, y la fracción resultante se simplifica, entonces:

$$\text{rad} = 210^\circ \left(\frac{\pi}{180^\circ}\right) = \frac{210^\circ\pi}{180^\circ} = \frac{7}{6}\pi$$

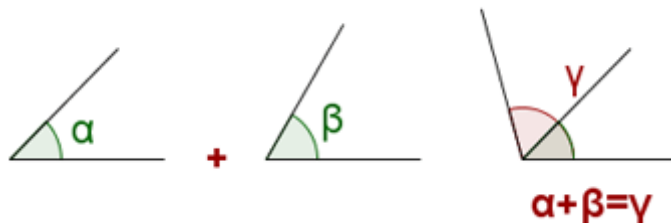
La respuesta correcta corresponde al inciso "c".

OPERACIONES CON ÁNGULOS

Suma de ángulos

Gráfica

La suma de dos ángulos es otro ángulo cuya amplitud es la suma de las amplitudes de los dos ángulos iniciales.



Numérica

- ❖ Para sumar ángulos se colocan los grados debajo de los grados, los minutos debajo de los minutos y los segundos debajo de los segundos; y se suman.

$$\begin{array}{r} 32^{\circ} \quad 24' \quad 48'' \\ + \quad 43^{\circ} \quad 49' \quad 25'' \\ \hline 75^{\circ} \quad 73' \quad 73'' \end{array}$$

- ❖ Si los segundos suman más de 60, se divide dicho número entre 60; El resto serán los segundos y el cociente se añadirán a los minutos.

$$\begin{array}{r} 73'' \quad | \quad 60 \\ 13'' \quad 1' \end{array}$$

$$75^{\circ} \quad 74' \quad 13''$$

- ❖ Se hace lo mismo para los minutos.

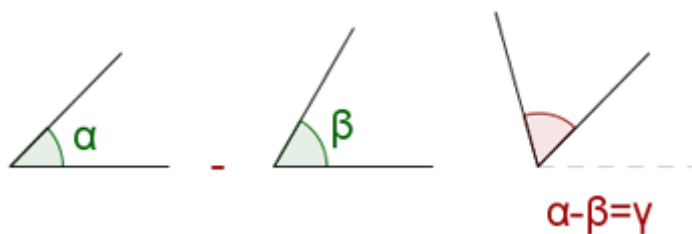
$$\begin{array}{r} 74' \quad | \quad 60 \\ 14' \quad 1^{\circ} \end{array}$$

$$76^{\circ} \quad 14' \quad 13''$$

Resta de ángulos

Gráfica

La resta de dos ángulos es otro ángulo cuya amplitud es la diferencia entre la amplitud del ángulo mayor y la del ángulo menor.



Numérica

Para restar ángulos se colocan los grados debajo de los grados, los minutos debajo de los minutos y los segundos debajo de los segundos.

$$\begin{array}{r} 52^{\circ} \quad 23' \quad \boxed{18''} \\ - \quad 43^{\circ} \quad 49' \quad 25'' \\ \hline \end{array}$$

Se restan los segundos. Caso de que no sea posible, convertimos un minuto del minuendo en 60 segundos y se lo sumamos a los segundos del minuendo. A continuación restamos los segundos.

$$\begin{array}{r} 52^{\circ} \quad \boxed{22'} \quad 78'' \\ - \quad 43^{\circ} \quad 49' \quad 25'' \\ \hline \phantom{52^{\circ}} \quad 53'' \end{array}$$

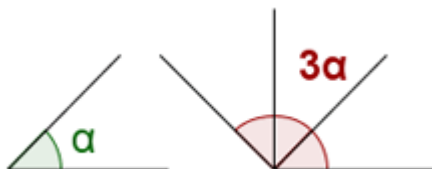
Hacemos lo mismo con los minutos.

$$\begin{array}{r} 51^{\circ} \quad 82' \quad 78'' \\ - \quad 43^{\circ} \quad 49' \quad 25'' \\ \hline 8^{\circ} \quad 33' \quad 53'' \end{array}$$

Multiplicación de ángulos

Gráfica

La multiplicación de un número por un ángulo es otro ángulo cuya amplitud es la suma de tantos ángulos iguales al dado como indique el número.



Numérica

❖ Multiplicamos los segundos, minutos y grados por el número.

$$\begin{array}{r} 32^{\circ} \quad 23' \quad 49'' \\ \phantom{32^{\circ}} \quad \times 5 \\ \hline 160^{\circ} \quad 115' \quad 245'' \end{array}$$

- ❖ Si los segundos sobrepasan los 60, se divide dicho número entre 60; el resto serán los segundos y el cociente se añadirán a los minutos.

$$\begin{array}{r} 245'' \quad | \underline{60} \\ 5'' \quad 4' \end{array}$$

$$160^\circ \quad | \underline{119'} \quad 5''$$

- ❖ Se hace lo mismo para los minutos.

$$\begin{array}{r} 119' \quad | \underline{60} \\ 59' \quad 1^\circ \end{array}$$

$$161^\circ \quad 59' \quad 5''$$