

TEMA: NUMEROS REALES, PROPIEDADES Y OPERACIONES

NUMEROS RACIONALES

ALGUNAS PROPIEDADES DE LOS NUMEROS RACIONALES

- Es un conjunto Infinito.
- Es un conjunto muy denso, entre dos números racionales siempre existe otro número racional.
- Todo número racional tiene una expresión decimal equivalente.
- A cada número racional le corresponde un punto en la recta numérica, pero a todo punto no le corresponde un número racional.
- Es un conjunto ordenado, entre dos números racionales diferentes, siempre es uno mayor que el otro.

Las fracciones irreducibles, representan una clase de equivalencia y forman el conjunto de los números racionales \mathbb{Q} ,

DE FRACCION A NUMERO DECIMAL

FRACCION	EXPRESIÓN DECIMAL	TIPO
$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2} = \frac{15}{10} = 1,5$	Exacto o limitado
$\frac{5}{11}$	$\frac{5}{11} = 0,4545\dots$	Periódico puro
$\frac{13}{6}$	$\frac{13}{6} = 2,1666\dots$	Periódico mixto

GENERATRIZ DE UN NUMERO DECIMAL

Expresión decimal	Fracción generatriz
1,625 Exacto o limitado	$1,625 = \frac{1625}{1000} = \frac{13}{8}$
2,1717... Periódico Puro	$2,17 = \frac{217 - 2}{99} = \frac{215}{99}$
2,45151... Periódico mixto	$2,451 = \frac{2451 - 24}{990} = \frac{2427}{990} = \frac{809}{330}$

Decimal limitado:

$$0,25 = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$$

Decimal periódico puro

$$0,3636\dots = \frac{36 - 0}{99} = \frac{12}{33} = \frac{4}{11}$$

$$\bullet 3,8888\dots = \frac{38 - 3}{9} = \frac{35}{9}$$

Decimal periódico mixto

$$\bullet 1,26666\dots = \frac{126 - 12}{90} = \frac{114}{90} = \frac{19}{15}$$

NUMEROS IRRACIONALES

Un número irracional se puede expresar por:

- Un número decimal no periódico de infinitas cifras.
- Un conjunto de números racionales con aproximación por defecto o por exceso

Algunos números irracionales.

$$\sqrt{2} = 1,414213\dots$$

$$\sqrt{3} = 1,732\ 050\dots$$

$$\sqrt{5} = 2,236\ 067\dots$$

$$\sqrt{7} = 2,645\ 751\dots$$

$$\sqrt{11} = 3,316\ 624\dots$$

$$\pi = 3,141592\dots$$

$$e = 2,718281\dots$$

Ejercicios

1. Halla la fracción generatriz de:
a) 4,5 b) 3,128 282 8...

2. Halla la fracción generatriz y resuelve
 $2,7 - 5,3 \cdot 0,27$

3. Resuelve $1,5 + 0,8 - \frac{0,2}{1,23}$

4. Indica que tipo de expresión decimal representa las fracciones

a) $\frac{13}{11}$ b) $\frac{16}{15}$ c) $\frac{33}{31}$

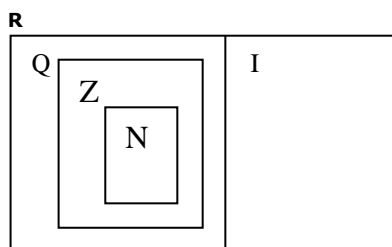
5. Halla la suma de los numeradores de las generatrices de 0,32 y 1,1316

NUMEROS REALES

El conjunto de los números racionales y el de los de los números irracionales conforman el conjunto de los números reales y se designa por **R**

Existen números reales positivos, **R⁺**, y números reales negativos, **R⁻**

$$\mathbf{R = R^- \cup \{0\} \cup R^+}$$

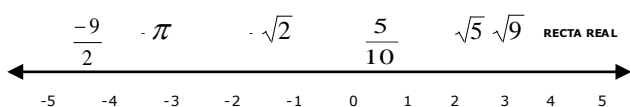


$$\mathbf{N \subset Z \subset Q \subset R}$$

$$\mathbf{I \subset R}$$

$$\mathbf{R = Q \cup I}$$

RECTA REAL



APROXIMACIONES

Cuando necesitamos operar con números reales nos vemos obligados, en muchas ocasiones, a manejar decimales con muchas cifras. sabemos que las expresiones decimales de un número real se reducen a los siguientes tipos

Exacto	Periódico puro	Periódico mixto	Ilimitado no periódico
4,736	0,576	1, 318	$\sqrt{2} = 1,41421356\dots$

Como no podemos operar con infinitas cifras, tomamos aproximaciones de estos números para efectuar operaciones con ellos.

Una aproximación o valor aproximado de un número es otro número próximo al primero al cual representa y sustituye. Por ejemplo, el decimal **0,33** es una aproximación del número 0, 3 . Para aproximar un número se suelen utilizar dos técnicas: truncamiento y redondeo. Ejemplos:

Truncamos los decimales hasta los centésimos:
 $4,736 = 4,73$

$$1,318 = 1,31$$

$$0,576 = 0,57$$

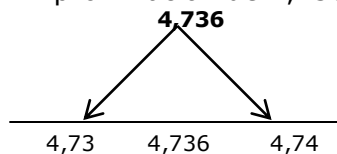
Redondeamos los decimales hasta los centésimos:

$$4,736 = 4,74$$

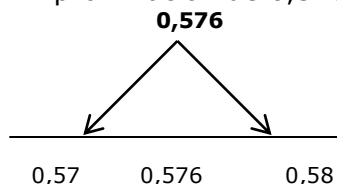
$$1,318 = 1,32$$

$$0,576 = 0,58$$

Aproximación de 4,736



Aproximación de 0,576



Para truncar un número decimal se eliminan sus cifras a partir de un cierto orden. Para redondear hasta cierto orden n , se deja la cifra de orden n como está, si la que sigue es menor que 5; y se aumenta en una unidad, si la que sigue es mayor o igual que 5

Ejercicios

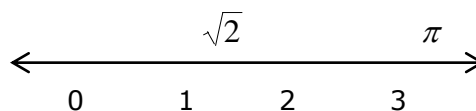
1. Ubica en la recta real los números irracionales π y $\sqrt{2}$

Solución

Hallamos la expresión decimal de cada uno:

$$\pi = 3,1416\dots \quad \sqrt{2} = 1,4142\dots$$

- Ubicamos sus valores aproximados



2. ¿Cual es el valor de $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ con aproximación a las milésimas?

Solución

Hallamos los valores decimales de cada raíz:

$$\sqrt{2} = 1,4142\dots \quad \sqrt{3} = 1,7320\dots$$

Calculamos la suma con los valores decimales aproximados a las milésimas.

$$\sqrt{2} + \sqrt{3} = 1,414 + 1,732 = 3,146$$

Tarea

Resuelve las siguientes operaciones y redondea según se indique

a) $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}$ (al centésimo)

b) $\pi + \sqrt{5} - 2,49$ (al centésimo)

c) $0,51 \times 2,13$ (al milésimo)

d) $\sqrt{9} - \sqrt{4} + 2,13 + \sqrt{7}$ (al centésimo)

e) $\frac{5}{4}x - \frac{2}{15} - 6 : \frac{12}{3} + 2$ (al milésimo)